

Berechnung der Eindringtiefe von Fliegerbomben in Land- und Gewässerböden

Dr. J. Hagenau
Beratender Ingenieur
Halle/Saale

Prof. Dr. H. Borg
Naturwissenschaftliche Fakultät III
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Halle/Saale

Dr. H. Preetz
Oberfinanzdirektion Niedersachsen
Hannover

September 2016

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	III
1. Einleitung	1
2. Herleitung der Formeln zur Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit	3
2.1 Vorbemerkungen	3
2.2 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch die Luft	3
2.3 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch Wasser	10
2.4 Endgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch Luft oder Wasser	11
3. Eindringtiefe einer Bombe in den Boden	13
4. Erläuterung der Programme	16
4.1 Allgemeines	16
4.2 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch die Luft	18
4.3 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch Wasser	24
4.4 Eindringtiefe einer Bombe in den Boden	30
5. Liste der Variablen	34

Zusammenfassung

Trotz umfangreicher praktischer Erkenntnisse aus der Kampfmittelräumung besteht noch erhebliche Unklarheit darüber, wie weit eine Fliegerbombe in den Boden eingedrungen sein könnte. Diese Frage stellt sich noch mehr für den Untergrund von Gewässern, da hierfür weniger Erfahrungswerte vorliegen. Deshalb wird ein Verfahren benötigt, mit dem die maximale Eindringtiefe von Bomben in Böden an Land und in Gewässern abgeschätzt werden kann.

Ein nützliches Hilfsmittel dafür ist ein Datenblatt der US-Armee von 1945, das auf Versuchen mit Abwurfmunition basiert. Es enthält ein Nomogramm, aus dem die Eindringtiefen verschiedener Bombentypen in unterschiedliche Bodenarten abgelesen werden können, wenn die Aufprallgeschwindigkeit bekannt ist.

In unserer Arbeit wird ein Berechnungsverfahren hergeleitet, mit dem die Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe auf dem Erdboden bzw. dem Boden eines Gewässers ermittelt werden kann. Es wird anschließend in Computerprogramme umgesetzt. Die Arbeit besteht aus drei Abschnitten mit drei dazugehörigen Programmen:

- 1) Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe auf der Erdoberfläche nach dem Fall durch die Luft. Dafür werden folgende Eingabeparameter benötigt: Masse, Durchmesser und Reibungskoeffizient (Luftwiderstand) der Bombe, horizontale Fluggeschwindigkeit des Bombers, Abwurfhöhe und Höhe des Zielgebiets. Als Ergebnis werden die Aufprallgeschwindigkeit und der Aufprallwinkel auf der Erd- oder Wasseroberfläche ausgegeben.
- 2) Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe auf einem Gewässerboden nach dem Fall durch das Wasser. Dafür werden folgende Eingabeparameter benötigt: Masse, Durchmesser und Reibungskoeffizient der Bombe, Aufprallgeschwindigkeit und Aufprallwinkel der Bombe auf der Wasseroberfläche aus 1) sowie die Gewässertiefe. Als Ergebnis werden die Aufprallgeschwindigkeit und der Aufprallwinkel auf dem Gewässerboden ausgegeben.
- 3) Berechnung der Eindringtiefe nach dem o.g. Datenblatt der US-Armee. Dafür werden folgende Eingabeparameter benötigt: Aufprallgeschwindigkeit und Aufprallwinkel der Bombe auf der Erd- oder Wasseroberfläche aus 1) bzw. 2). Als Ergebnis wird die Eindringtiefe in den Boden ausgegeben.

1. Einleitung

Bei der technischen Erkundung von Kampfmitteln werden von der Geländeoberfläche aus in der Regel magnetische und elektromagnetische Verfahren eingesetzt, die über unterschiedliche, begrenzte Reichweiten verfügen. Diese Reichweiten liegen auch für größere Objekte nur bei wenigen Metern. Sofern bei der Räumung von Kampfmitteln keine Bohrlochmessungen eingesetzt werden, kann eine Aussage zur Eindringtiefe von Kampfmitteln nur bis zur begrenzten Reichweite des jeweiligen Messverfahrens gemacht werden.

Die Erfahrung bei der Räumung von Fliegerbomben zeigt, dass diese häufig in Tiefen von wenigen Metern und nur selten bis ca. 10 m anzutreffen sind. Bei den am häufigsten anzutreffenden Tiefen bis maximal 5 m ist eine Detektion der meisten Bomben mit magnetischen Detektionsverfahren noch gut möglich. Über den tieferen Untergrund kann in diesen Fällen aber keine Aussage getroffen werden.

Da allein auf Grundlage der praktischen Erkenntnisse aus der Kampfmittelräumung noch erhebliche Unklarheit darüber besteht, wie weit eine Fliegerbombe in den Untergrund eingedrungen sein kann und ob mit den zur Verfügung stehenden Verfahren eine hinreichende Detektion erfolgt ist, bedarf es eines Instruments, das der Abschätzung der maximalen Eindringtiefe dient.

Bislang zur Verfügung stehende Programme, wie z. B. der „Bomb Calculator“ der Firma Zetica, liefern plausible Ergebnisse für verschiedene Böden und Gesteine¹. Allerdings bleibt unklar, auf welcher Basis die Berechnung der Eindringtiefen erfolgt. Die zur Verfügung stehende Literatur bietet hier keine Lösung, da die Ergebnisse der verschiedenen Berechnungsansätze häufig stark voneinander abweichen.

Die Frage der maximalen Eindringtiefe von Fliegerbomben stellt sich noch mehr für den Untergrund von Gewässern, da hierfür weniger Erfahrungswerte vorliegen. Für diese Frage sind neben der Aufprallgeschwindigkeit der Bomben auf dem Wasser auch noch das Abbremsverhalten im Wasser und das anschließende Eindringen in den Boden bei reduzierter Geschwindigkeit zu berücksichtigen. Hierzu liegen bei der OFD Niedersachsen schon Ausarbeitungen vor, bei denen aber auch unklar bleibt, welche Parameter in welcher Weise berücksichtigt wurden. Andere bereits vorliegende Gutachten liefern unrealistische Ergebnisse.

Aus diesen Gründen wird ein möglichst übersichtliches und nachvollziehbares Berechnungsverfahren benötigt, mit dem die maximale Eindringtiefe von Bomben in Böden an Land und in Gewässern abgeschätzt werden kann. Ein viel versprechendes Hilfsmittel

¹ <http://www.zetica.com/productsandservices/uxbdepth.htm>

dafür ist ein Datenblatt der US-Armee von 1945, das auf Daten aus umfangreichen Versuchen mit Abwurfmunition basiert². Dieses Datenblatt ist, soweit bisher bekannt, die bis heute einzige Quelle gemessener Daten zur Eindringtiefe von Fliegerbomben.

In dem darin enthaltenen Nomogramm können die Eindringtiefen verschiedener Bombentypen in unterschiedliche Bodenarten abgelesen werden, wenn die Aufprallgeschwindigkeit bekannt ist. Um das Nomogramm verwenden zu können, bedarf es zunächst also einer realistischen Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit, in der alle notwendigen Parameter nachvollziehbar berücksichtigt werden. Diese Arbeit leitet eine solche Berechnungsmethode her und setzt sie in einem Computerprogramm um. Konkret besteht die Berechnungsmethode aus drei Abschnitten mit drei dazugehörigen Programmen:

- 1) Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe auf dem Erdboden nach dem Fall durch die Luft.
- 2) Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe auf einem Gewässerboden nach dem Fall durch die Luft, dem Aufprall auf der Wasseroberfläche und dem anschließenden weiteren Fall durch das Wasser.
- 3) Berechnung der Eindringtiefe nach dem o.g. Datenblatt der US-Armee mithilfe der in 1) bzw. 2) berechneten Aufprallgeschwindigkeit.

In Kapitel 2 werden die notwendigen Formeln präsentiert, mit denen die Geschwindigkeit, mit der eine Bombe letztlich auf der Erdoberfläche aufprallt, sowie der Winkel zur Waagerechten, in dem das geschieht, berechnet werden können. In Kapitel 3 wird erläutert, wie die Eindringtiefe ermittelt wird. Anschließend werden in Kapitel 4 die entsprechenden Computerprogramme aufgelistet und Zeile für Zeile erklärt.

² National Defense Research Committee, Division 2, Princeton University Station, 1945: Penetration of Bombs and Projectiles into Soil. - Weapon Data 2A2, Soil Penetration.

2. Herleitung der Formeln zur Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit

2.1 Vorbemerkungen

Die Geschwindigkeit, mit der eine Bombe, die aus einer bestimmten Höhe aus einem Flugzeug abgeworfen wird, auf der Erdoberfläche auftrifft, lässt sich leider nicht mit einer einzigen simplen Formel berechnen. Wie gleich gezeigt wird, braucht man dazu eine Reihe von Gleichungen, die iterativ in kleinen Zeitschritten angewendet werden müssen. Letztlich sind zur Ermittlung der Aufprallgeschwindigkeit viele Tausend Einzelberechnungen notwendig. Dafür ist ein Computerprogramm das richtige Werkzeug.

Beim Fall einer Bombe handelt es sich um eine aus einer horizontalen und einer vertikalen Komponente zusammengesetzte Bewegung. Beim Abwurf bewegt sich das Flugzeug mit einer gewissen horizontalen Geschwindigkeit. Wird eine Bombe ausgeklinkt, bewegt sie sich zunächst mit der gleichen horizontalen Geschwindigkeit. Sie ist nun aber dem Luftwiderstand ausgesetzt, wodurch ihre horizontale Bewegung immer stärker abgebremst wird. Die vertikale Geschwindigkeit einer Bombe ist im Augenblick des Abwurfs gleich null. Sofort danach wird ihr Fall jedoch durch die Erdanziehung beschleunigt, ihre vertikale Geschwindigkeit nimmt dadurch zu. Allerdings wirkt der Luftwiderstand auch in der vertikalen Richtung und dämpft diese Beschleunigung.

Da die horizontale Geschwindigkeit im Verlauf des Falls ständig geringer und die vertikale ständig größer wird, ist die Flugbahn einer Bombe eine Parabel, die zur Erdoberfläche hin immer steiler wird.

2.2 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch die Luft

Beim Fall einer Bombe durch die Luft entsteht Reibung. Physikalisch ist sie eine Kraft, die entgegen der Fallrichtung wirkt. Diese auch Luftwiderstand genannte Kraft wird berechnet als:

$$F_r = \frac{1}{2} \cdot C_r \cdot \rho_L \cdot v^2 \cdot A \quad [1]$$

F_r = Reibungskraft entgegen der Fallrichtung [N]

C_r = Reibungskoeffizient [dimensionslos]

ρ_L = Dichte der Luft [kg m^{-3}]

v = Geschwindigkeit der Bombe in Fallrichtung [m s^{-1}]

A = senkrecht zur Fallrichtung projizierte Querschnittsfläche der Bombe [m^2] mit:

$$A = \pi \cdot \frac{d_B^2}{4} \quad [2]$$

π = Kreiszahl = 3,1415926535

d_B = größter Durchmesser der Bombe senkrecht zu ihrer Längsachse [m]

Für schlanke stromlinienförmige Bomben, mit einem Verhältnis Länge : Durchmesser von 5 : 1, ist $C_r = 0,05$ ein geeigneter Wert³. Für Bomben aus dem 2. Weltkrieg ist der C_r -Wert größer und liegt je nach Bombentyp zwischen 0,05 und 0,5.

Da der Fall einer Bombe einer Parabel folgt, hat die Reibungskraft F_r , weil sie stets entgegen der Fallrichtung wirkt, eine horizontale und eine vertikale Komponente. Im Augenblick des Abwurfs gibt es nur die horizontale Komponente, die dann aber immer kleiner wird, während die vertikale Komponente immer größer wird. Es gilt:

$$F_{rh} = F_r \cdot \cos \alpha \quad [3a]$$

$$F_{rv} = F_r \cdot \sin \alpha \quad [3b]$$

F_{rh} = horizontale Komponente der Reibungskraft [N]

F_{rv} = vertikale Komponente der Reibungskraft [N]

α = Winkel der Fallrichtung zur Waagerechten [°]

F_{rh} ist die einzige Kraft, die horizontal auf die Bombe wirkt.

Wie schon gesagt, ist im Augenblick des Abwurfs die vertikale Geschwindigkeit einer Bombe gleich null. Sofort danach wird ihr Fall durch die Erdanziehung beschleunigt. Dadurch ergibt sich eine senkrecht zur Erdoberfläche gerichtete Kraft, die wie folgt berechnet wird:

$$F_g = m_B \cdot g \quad [4]$$

F_g = senkrecht zur Erdoberfläche gerichtete Kraft [N]

m_B = Masse der Bombe [kg]

g = Beschleunigung durch die Erdanziehung [9,81 m s⁻²]

Man beachte, dass die Kraft F_g dem Gewicht der Bombe entspricht, denn Gewicht ist physikalisch definiert als das Produkt aus der Masse eines Körpers und seiner Beschleunigung durch die Erdanziehung, also:

$$G_B = m_B \cdot g \quad [5]$$

G_B = Gewicht der Bombe [N]

³ Roberson, J.A. & C.T. Crowe (1997). Engineering fluid mechanics, 6th edition. John Wiley & Sons, New York.

Während die Bombe durch die Luft fällt, verdrängt sie ein Luftvolumen, das gleich ihrem Volumen ist. Diese Verdrängung wird auch Auftrieb genannt und bewirkt einen scheinbaren Gewichtsverlust. In anderen Worten, sie reduziert das effektive Gewicht der Bombe.

Grundsätzlich ergibt sich das Volumen eines Körpers aus dem Quotienten aus seiner Masse und seiner Dichte. Für das Volumen der Bombe bzw. das von ihr verdrängte Luftvolumen gilt daher:

$$V_L = V_B = \frac{m_B}{\rho_B} \quad [6]$$

V_L = Volumen der von der Bombe verdrängten Luft [m³]

V_B = Volumen der Bombe [m³]

ρ_B = Dichte der Bombe [kg m⁻³]

Wie man leicht aus Gleichung [6] erkennen kann, ergibt das Produkt eines Volumens und der Dichte dieses Volumens seine Masse. Für die Masse der verdrängten Luft ergibt sich dadurch und weil $V_L = V_B$:

$$m_L = V_L \cdot \rho_L = V_B \cdot \rho_L \quad [7]$$

m_L = Masse der von der Bombe verdrängten Luft [kg]

Das effektive Gewicht der Bombe berechnet sich nun aus der Differenz zwischen dem Gewicht der Bombe und dem Gewicht der von ihr verdrängten Luft:

$$G_{\text{eff}} = G_B - G_L = m_B \cdot g - m_L \cdot g = (m_B - m_L) \cdot g \quad [8]$$

G_{eff} = effektives Gewicht der Bombe [N]

G_L = Gewicht der von der Bombe verdrängten Luftmasse [N]

Stellt man Gleichung [6] um zu $m_B = V_B \cdot \rho_B$ und setzt diesen Term sowie Gleichung [7] in Gleichung [8] ein, erhält man:

$$G_{\text{eff}} = (V_B \cdot \rho_B - V_B \cdot \rho_L) \cdot g = (\rho_B - \rho_L) \cdot V_B \cdot g \quad [9]$$

Das Einsetzen von Gleichung [6] für V_B in Gleichung [9] führt dann zu:

$$G_{\text{eff}} = (\rho_B - \rho_L) \cdot \frac{m_B}{\rho_B} \cdot g = \left(\frac{\rho_B - \rho_L}{\rho_B} \right) \cdot m_B \cdot g = \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_B} \right) \cdot m_B \cdot g \quad [10]$$

Die effektive senkrecht zur Erdoberfläche gerichtete Kraft (F_{geff}) entspricht G_{eff} und ist somit:

$$F_{\text{geff}} = \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_B}\right) \cdot m_B \cdot g \quad [11]$$

F_{geff} = effektive senkrecht zur Erdoberfläche gerichtete Kraft [N]

Auf Meeresniveau und bei einer Lufttemperatur von 20°C beträgt $\rho_L = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$. Dieser Wert nimmt mit sinkender Temperatur leicht zu und mit sinkendem Luftdruck sehr stark ab. In 4000 m Höhe und bei dort z. B. 0°C beträgt der Wert nur noch $0,79 \text{ kg m}^{-3}$. Im Mittel liegt er über diese Strecke dann bei $\sim 1 \text{ kg m}^{-3}$. Auf die Dichte der Luft wird am Ende dieses Kapitels noch einmal eingegangen.

Ein typischer Wert für die Dichte einer Bombe ist $\rho_B = 3130 \text{ kg m}^{-3}$. Das ist wesentlich größer als ρ_L , so dass der Term $1 - \rho_L / \rho_B = 1 - 1 / 3130 = 0,9997$ nur unwesentlich < 1 ist. Das wiederum bedeutet, dass Auftrieb beim Fall einer Bombe durch die Luft keine nennenswerte Rolle spielt. Beim Fall durch Wasser, was in Kapitel 2.3 betrachtet wird, aber sehr wohl.

Die Kraft F_{geff} hat keine horizontale Komponente, sondern nur eine vertikale. Der Kraft F_{geff} , die beschleunigend wirkt, steht die vertikale Komponente der Reibungskraft (F_{rv} , Gleichung [3b]) entgegen, die abbremsend wirkt. Die Nettokraft, die in vertikaler Richtung auf die Bombe wirkt, ist somit:

$$F_{\text{netv}} = F_{\text{geff}} - F_{\text{rv}} \quad [12]$$

F_{netv} = Nettokraft, die in vertikaler Richtung auf eine Bombe wirkt [N]

Eine Kraft ist allgemein gesprochen das Produkt aus Masse und Beschleunigung, also:

$$F = m \cdot a \quad [13]$$

F = Kraft [N]

m = Masse [kg]

a = Beschleunigung [m s^{-2}]

Umgestellt nach der Beschleunigung und mit F_{rh} als die in horizontaler Richtung wirkende Kraft ergibt sich für die horizontale Beschleunigung einer Bombe:

$$a_h = -\frac{F_{\text{rh}}}{m_B} \quad [14a]$$

a_h = Beschleunigung der Bombe in horizontaler Richtung [m s^{-2}]

Das Minuszeichen in Gleichung [14a] wurde eingefügt, damit aus dieser Gleichung eine negative Beschleunigung hervorgeht. Das ist notwendig, da die Reibungskraft F_{rh} eine abbremsende Wirkung hat.

Auf ähnliche Weise erhält man mit der in vertikaler Richtung wirkenden Kraft F_{netv} die vertikale Beschleunigung einer Bombe:

$$a_v = \frac{F_{netv}}{m_B} \quad [14b]$$

a_v = Beschleunigung der Bombe in vertikaler Richtung [$m\ s^{-2}$]

Wie Gleichung [12] zeigt, setzt sich F_{netv} zusammen aus der Kraft F_{geff} , die stets eine beschleunigende Wirkung hat, und der Reibungskraft F_{rv} , die stets eine abbremsende Wirkung hat und deshalb mit einem negativen Vorzeichen in Gleichung [12] eingeht. Beim Fall einer Bombe durch die Luft ist immer $F_{geff} \geq F_{rv}$. In den meisten Fällen ist $F_{geff} > F_{rv}$, so dass F_{netv} positiv ist und somit eine positive vertikale Beschleunigung vorliegt. Auf den Sonderfall $F_{geff} = F_{rv}$ wird in Kapitel 2.4 eingegangen.

Die Abbremsung gemäß Gleichung [14a] bewirkt eine Abnahme der horizontalen Geschwindigkeit der Bombe. Die neue horizontale Geschwindigkeit berechnet sich somit auf folgende Weise:

$$v_{neuh} = v_{alth} + a_h \cdot \Delta t \quad [15a]$$

v_{neuh} = horizontale Geschwindigkeit der Bombe nach Einwirkung der Abbremsung a_h [$m\ s^{-1}$]

v_{alth} = horizontale Geschwindigkeit der Bombe vor Einwirkung der Abbremsung a_h [$m\ s^{-1}$]

Δt = Zeitraum, über den a_h wirkt [s]

Die vertikale Beschleunigung der Bombe gemäß Gleichung [14b] erhöht ihre vertikale Geschwindigkeit. Die neue vertikale Geschwindigkeit berechnet sich analog der horizontalen:

$$v_{neuv} = v_{altv} + a_v \cdot \Delta t \quad [15b]$$

v_{neuv} = vertikale Geschwindigkeit der Bombe nach Einwirkung der Beschleunigung a_v [$m\ s^{-1}$]

v_{altv} = vertikale Geschwindigkeit der Bombe vor Einwirkung der Beschleunigung a_v [$m\ s^{-1}$]

Δt = Zeitraum, über den a_v wirkt [s]

Die neue resultierende Geschwindigkeit der Bombe in Fallrichtung ergibt sich als:

$$v = \sqrt{v_{neuh}^2 + v_{neuv}^2} \quad [16]$$

Für den Winkel der Fallrichtung zur Waagerechten gilt:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_{neuv}}{v_{neuh}}\right) \quad [17]$$

Die Geschwindigkeit v aus Gleichung [16] ist der Wert, der in Gleichung [1] zur Berechnung von F_r eingesetzt werden muss.

Die Berechnungen der Fallgeschwindigkeit beginnen mit dem Abwurf der Bombe. In diesem Augenblick entspricht v der Fluggeschwindigkeit des Bombers. Da im 2. Weltkrieg die Bomben über Deutschland meistens im Horizontalflug abgeworfen wurden, sind zunächst $v_{neuv} = 0$ und $\alpha = 0^\circ$. Nach dem ersten und jedem folgenden Berechnungsschritt, also nach jedem Zeitraum Δt , gibt es dann ein neues v_{neuh} und v_{neuv} , aus denen sich ein neuer Fallwinkel ergibt. Am Ende des Falls entspricht v der Aufprallgeschwindigkeit und α dem Aufprallwinkel der Bombe auf der Erdoberfläche.

Die Geschwindigkeit v_{neuh} bzw. v_{neuv} wird erst am Ende des Zeitraums Δt erreicht. Zu Beginn dieses Zeitraums ist die Geschwindigkeit noch v_{alth} bzw. v_{altv} . Im Mittel beträgt die Geschwindigkeit im Zeitraum Δt somit:

$$v_{mith} = \frac{v_{alth} + v_{neuh}}{2} \quad [18a]$$

$$v_{mitv} = \frac{v_{altv} + v_{neuv}}{2} \quad [18b]$$

v_{mith} = mittlere horizontale Geschwindigkeit der Bombe im Zeitraum Δt [$m\ s^{-1}$]

v_{mitv} = mittlere vertikale Geschwindigkeit der Bombe im Zeitraum Δt [$m\ s^{-1}$]

Wenn sich die Bombe für einen Zeitraum Δt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von v_{mith} bzw. v_{mitv} bewegt, legt sie dabei eine horizontale bzw. vertikale Strecke zurück von:

$$\Delta s_h = v_{mith} \cdot \Delta t \quad [19a]$$

$$\Delta s_v = v_{mitv} \cdot \Delta t \quad [19b]$$

Δs_h = im Zeitraum Δt mit der Durchschnittsgeschwindigkeit v_{mith} zurückgelegte horizontale Strecke [m]

Δs_v = im Zeitraum Δt mit der Durchschnittsgeschwindigkeit v_{mitv} zurückgelegte vertikale Strecke [m]

Für die insgesamt zurückgelegte Strecke gilt dann:

$$s_{\text{neuh}} = s_{\text{alth}} + \Delta s_{\text{h}} \quad [20a]$$

$$s_{\text{neuv}} = s_{\text{altv}} + \Delta s_{\text{v}} \quad [20b]$$

s_{neuh} = insgesamt bisher zurückgelegte horizontale Strecke [m]

s_{alth} = vor dem letzten Zeitschritt Δt bereits zurückgelegte horizontale Strecke [m]

s_{neuv} = insgesamt bisher zurückgelegte vertikale Strecke [m]

s_{altv} = vor dem letzten Zeitschritt Δt bereits zurückgelegte vertikale Strecke [m]

Man beachte, dass die mit Gleichung [15a] und [15b] berechneten Fallgeschwindigkeiten v_{neuh} und v_{neuv} und folglich auch v (Gleichung [16]), α (Gleichung [17]), v_{mith} und v_{mitv} (Gleichung [18a, b]), Δs_{h} und Δs_{v} (Gleichung [19a, b]) sowie s_{neuh} und s_{neuv} (Gleichung [20a, b]) nur korrekt sind, wenn die Beschleunigungen a_{h} bzw. a_{v} über den Zeitraum Δt konstant bleiben. Allerdings ändern sich F_{rh} und F_{netv} und damit auch a_{h} und a_{v} kontinuierlich. Genau genommen gibt es also gar keinen Zeitraum Δt , in dem diese beiden Beschleunigungen konstant sind. Über einen sehr kleinen Zeitraum von z. B. 1/1000 s (siehe Kapitel 4.1) ist ihre Änderung allerdings sehr gering, so dass die Annahme eines konstanten Wertes für a_{h} und a_{v} für einen solch kurzen Zeitraum keinen nennenswerten Fehler in der Berechnung von v_{neuh} , v_{neuv} , v , α , v_{mith} , v_{mitv} , Δs_{h} , Δs_{v} , s_{neuh} und s_{neuv} zur Folge hat.

Gleichung [1] besagt, dass die Reibungskraft F_{r} auch von ρ_{L} abhängt. Oben wurde an einem Beispiel gezeigt, dass ρ_{L} über eine Höhendistanz von 4000 m um 50% zunimmt. Man kann also nicht mit einer konstanten Dichte rechnen. Wie oben schon kurz ausgeführt, ändert sich ρ_{L} mit der Temperatur und dem Luftdruck. Es gilt folgende Beziehung:

$$\rho_{\text{L}} = \frac{P \cdot M}{R \cdot T} \quad [21]$$

P = Luftdruck [kPa]

M = Molargewicht von Luft = 28,97 g mol⁻¹

R = Gaskonstante = 8,31 J mol⁻¹ K⁻¹

T = Temperatur der Luft [K]

Der Luftdruck nimmt mit der Höhe über dem Meeresspiegel nach folgender Formel ab:

$$P = P_0 \cdot e^{-h/8200} \quad [22]$$

P_0 = Luftdruck auf Höhe des Meeresspiegels [kPa]

h = Höhe über dem Meeresspiegel [m NN]

P_o hängt von den Wetterbedingungen ab, variiert aber nur um wenige Prozent. Man kann daher $P_o = 101,3 \text{ kPa}$ setzen.

Mit zunehmender Höhe über dem Erdboden nimmt die Lufttemperatur ab, je nach den gerade herrschenden Wetterbedingungen um 0,5 bis 1,0 K je 100 m Höhenzunahme (bzw. 0,005 bis 0,01 K je m). Als Mittelwert kann man 0,007 K je 1 m ansetzen, so dass:

$$T = T_z - 0,007 \cdot (h - h_z) \quad [23]$$

T_z = Temperatur der Luft am Zielort der Bombe [K]

h_z = Höhe des Zielorts über dem Meeresspiegel [m NN]

Die Temperatur geht in Gleichung [21] in Einheiten von [K] ein, so dass zur Lufttemperatur in [°C] noch 273,15°C hinzugezählt werden müssen. Daher verdoppelt sich die Temperatur in Gleichung [21] nicht, wenn sie z. B. von 10°C auf 20°C ansteigt, sondern ändert sich nur um $(293,15 \text{ K} - 283,15 \text{ K}) / 283,15 \text{ K} \cdot 100 = 3,53\%$. Daher unterscheiden sich die Werte für ρ_L für in Deutschland typische Werte für T_z letztlich nur um wenige Prozent. Man kann daher mit einem Wert von $T_z = 10^\circ\text{C}$ rechnen, ohne dass dies zu nennenswerten Ungenauigkeiten in der Berechnung von v führt.

Während eine Bombe zur Erde fällt, verringert sich ihre Höhe über dem Meeresspiegel. Das bedeutet, der Wert der Variable h in Gleichung [22] und [23] wird kontinuierlich kleiner. Es gilt:

$$h = h_A - s_{\text{neuv}} \quad [24]$$

h_A = Abwurfhöhe der Bombe [m NN]

2.3 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch Wasser

Die Vorgehensweise, oder anders gesagt, die Gleichungen zur Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch Wasser sind die Selben wie beim Fall durch die Luft. Nur die Gleichungen [21] bis [24] werden hier nicht gebraucht. Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass die Bombe durch den vorangegangenen Fall durch die Luft mit einer gewissen Aufprallgeschwindigkeit v und einem dazugehörigen Aufprallwinkel α auf dem Wasser auftrifft. Außerdem ist Wasser etwa 1000mal dichter als Luft.

Die einzigen Gleichungen, die leicht verändert werden müssen, sind Gleichung [1] für die Reibungskraft F_r und Gleichung [11] für F_{geff} . In beiden muss die Dichte der Luft durch die Dichte des Wassers ersetzt werden, so dass sie nun wie folgt aussehen:

$$F_r = -\frac{1}{2} \cdot C_r \cdot \rho_W \cdot v^2 \cdot A \quad [25]$$

$$F_{\text{geff}} = \left(1 - \frac{\rho_W}{\rho_B}\right) \cdot m_B \cdot g \quad [26]$$

ρ_W = Dichte des Wassers [kg m⁻³]

Zwar hängt ρ_W leicht von der Temperatur des Wassers ab, aber der Wert ist immer sehr nahe an $\rho_W = 1000 \text{ kg m}^{-3}$. Dieser Wert wird hier verwendet. Für den Ausdruck in Klammern ergibt sich in Gleichung [26] damit ein Wert von $1 - 1000 / 3130 = 0,68$, der deutlich < 1 ist. Auftrieb spielt hier also eine nennenswerte Rolle, wie oben schon angedeutet. Außerdem ist F_r nun etwa 1000mal größer als beim Fall durch die Luft. Das hat zur Folge, dass nun $F_{\text{geff}} < F_{rv}$ und somit $F_{\text{netv}} < 0$, also negativ wird. Das bedeutet, der vertikale Fall der Bombe wird im Wasser abgebremst. Die Reibungskraft in der horizontalen Richtung (F_{rh}) ist nun auch wesentlich größer als beim Fall durch die Luft. Die horizontale Bewegung der Bombe wird also im Wasser deutlich stärker abgebremst.

Auch hier muss wieder in sehr kleinen Zeitschritten vorgegangen werden.

2.4 Endgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch Luft oder Wasser

Wenn sich die Fallgeschwindigkeit (v) einer Bombe nicht mehr ändert, hat sie ihre so genannte Endgeschwindigkeit erreicht. Damit das eintreten kann, darf eine Bombe keine Beschleunigung in horizontaler oder vertikaler Richtung mehr erfahren.

Nach Gleichung [14a] wird die horizontale Beschleunigung, die hier eine Abbremsung ist, dann gleich Null ($a_h = 0$), wenn die horizontale Komponente der Reibungskraft $F_{rh} = 0$ ist. Das tritt ein, wenn die horizontale Geschwindigkeit $v_h = 0$ ist, wie sich aus Gleichung [1] und [3a] ableiten lässt.

Gemäß Gleichung [14b] ist die vertikale Beschleunigung $a_v = 0$, wenn $F_{\text{netv}} = 0$. Das bedeutet nach Gleichung [12], dass:

$$F_{\text{netv}} = F_{\text{geff}} - F_{rv} = 0 \quad [27]$$

Daraus folgt:

$$F_{\text{geff}} = F_{rv} \quad [28]$$

Für F_{geff} gilt immer Gleichung [11].

Wie eben erläutert wurde, hat F_r nur noch die vertikale Komponente F_{rv} , wenn die Endgeschwindigkeit erreicht ist, denn dann ist $F_{rh} = 0$, weil $v_h = 0$. Die Bombe fällt also bei Endgeschwindigkeit genau senkrecht zur Erdoberfläche ($\alpha = 90^\circ$). Mit Gleichung [11] für F_{geff} und Gleichung [1] für F_{rv} wird aus Gleichung [28] für den Fall einer Bombe durch Luft:

$$\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_B}\right) \cdot m_B \cdot g = \frac{1}{2} \cdot C_r \cdot \rho_L \cdot v^2 \cdot A \quad [29]$$

Aufgelöst nach v und nach Einsetzen von Gleichung [2] für A wird daraus:

$$v = v_{end} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_B}\right) \cdot m_B \cdot g}{\frac{1}{2} \cdot C_r \cdot \rho_L \cdot \pi \cdot \frac{d_B^2}{4}}} \quad [30]$$

v_{end} = Endgeschwindigkeit einer Bombe [$m \cdot s^{-1}$]

Für die Berechnung der Endgeschwindigkeit beim Fall durch Wasser gilt ebenfalls Gleichung [30], allerdings mit ρ_w statt ρ_L . Da Wasser viel dichter ist als Luft, ist die Endgeschwindigkeit im Wasser auch deutlich geringer.

Wie man aus dieser Gleichung ableiten kann, nimmt v_{end} mit der Masse der Bombe (m_B) zu. Sie nimmt auch mit der Dichte der Bombe (ρ_B) zu, was sich aber nur beim Fall durch Luft nicht bemerkbar macht, da ρ_L sehr viel kleiner als ρ_B ist. Dagegen nimmt v_{end} mit einem steigenden Reibungskoeffizienten (C_r) bzw. Durchmesser (d_B) der Bombe ab. Nach welcher vertikalen Fallstrecke eine Bombe ihre Endgeschwindigkeit erreicht, geht aus Gleichung [30] nicht hervor.

Wenn eine Bombe bis zum Aufprall ihre Endgeschwindigkeit erreicht hat, kann die Aufprallgeschwindigkeit, weil in diesem Fall $v = v_{end}$ ist, relativ einfach mit Gleichung [30] berechnet werden. Berechnungen mit den Gleichungen in Abschnitt 2.2 und 2.3 bzw. deren Umsetzung in den hier mitgelieferten Programmen zeigen aber, dass bei den typischen Bomben und Abwurfhöhen im 2. Weltkrieg die Endgeschwindigkeit nicht erreicht wird. Daher muss man die Aufprallgeschwindigkeit mit den Gleichungen in Kapitel 2.2 bzw. 2.3 ermitteln.

3. Eindringtiefe einer Bombe in den Boden

Zur Ermittlung der Eindringtiefe einer Bombe in den Boden, entweder an Land oder am Grund eines Gewässers, wird das in der Einleitung genannte Datenblatt der US-Armee herangezogen. Es enthält ein Nomogramm, mit dem als Funktion der Aufprallgeschwindigkeit, der Bodenart auf die die Bombe fällt, der Form der Spitze der Bombe sowie ihrer Masse ermittelt werden kann, welche Strecke eine Bombe im Boden zurücklegt, bevor sie zum Stillstand kommt. Das wird im Folgenden als Eindringstrecke bezeichnet. Da eine Bombe fast nie senkrecht auf dem Boden auftrifft, sondern in einem Winkel α , ist diese Strecke nicht gleich der Tiefe unter der Bodenoberfläche, in der die Bombe zum Stillstand kommt, was im Folgenden Eindringtiefe genannt wird. Wie man aus der Eindringstrecke die Eindringtiefe erhält, die man zum Auffinden einer Bombe kennen muss, wird am Ende des Kapitels gezeigt. Zunächst zur Eindringstrecke:

Die direkte manuelle Anwendung des Nomogramms im Datenblatt zur Ermittlung der Eindringstrecke ist unpraktisch, da es auf amerikanische Einheiten ausgelegt ist (feet = ft und pounds = lb). Die Aufprallgeschwindigkeit muss in ft s^{-1} und die Masse der Bombe in lb eingesetzt werden. Die Eindringstrecke wird dann in ft angegeben. Die nach der Vorgehensweise in Kapitel 2.2 und 2.3 in m s^{-1} berechnete Aufprallgeschwindigkeit (v) sowie die Masse der Bombe (m_B) in kg müssten also vorher in die amerikanischen Einheiten umgewandelt werden. Außerdem müsste danach die mit dem Nomogramm in ft ermittelte Eindringstrecke in m zurückgerechnet werden.

Um die Anwendung des Nomogramms zu vereinfachen und gleichzeitig zu beschleunigen, wurde es in ein Computerprogramm umgesetzt, in das v in m s^{-1} und m_B in kg eingegeben werden können und dann die Eindringstrecke in m für eine Kombination von Bodenart und Form der Bombenspitze ausgerechnet wird. Zur Umsetzung in ein Computerprogramm wurde wie folgt vorgegangen:

Im Nomogramm ist für neun Kombinationen von Bodenart und Form der Bombenspitze die Beziehung zwischen der Aufprallgeschwindigkeit und einem Term $L_f/W^{-1/3}$ eingetragen. Diese Beziehung kann mit folgender Gleichung beschrieben werden:

$$\frac{L_f}{W^{1/3}} = \frac{v_{fs}}{f_1 + f_2 \cdot v_{fs}} \quad [31]$$

L_f = Eindringstrecke der Bombe in den Boden in Bewegungsrichtung [ft]

W = Masse der Bombe [lb]

v_{fs} = Aufprallgeschwindigkeit der Bombe [ft s^{-1}]

f_1, f_2 = Parameter, die von der Kombination von Bodenart und Form der Bombenspitze abhängen

Man beachte, dass im Nomogramm im Datenblatt die Variable L kein Subskript f und die Variable v kein Subskript fs hat. Die Subskripte wurden hier hinzugefügt, um zu verdeutlichen, dass L_f bzw. v_{fs} amerikanische Einheiten haben.

Um f_1 und f_2 zu bestimmen, wurde für jede Kombination von Bodenart und Form der Bombenspitze für eine Reihe von v_{fs} -Werten der entsprechende Wert für $L_f/W^{1/3}$ aus dem Nomogramm abgelesen. Diese Wertepaare wurden dann in ein Regressionsprogramm eingegeben, um die Werte für f_1 und f_2 für die jeweilige Kombination zu bestimmen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1: Werte für f_1 und f_2 in Gleichung [31] für die neun Kombinationen von Bodenart und Form der Bombenspitze, die im Datenblatt der US-Armee aufgeführt sind.

Bodenart	Form der Bombenspitze	f_1	f_2
Ton	stumpf	118,75	0,1078
	normal	126,61	0,1203
	spitz	138,52	0,1217
Lehm	stumpf	193,85	0,1314
	normal	212,11	0,1374
	spitz	225,70	0,1390
sandiger Lehm	stumpf	255,44	0,1479
	normal oder spitz	266,13	0,1510
Sand	stumpf, normal oder spitz	358,29	0,1614

Löst man Gleichung [31] nach L_f auf, erhält man:

$$L_f = \frac{v_{fs}}{f_1 + f_2 \cdot v_{fs}} \cdot W^{1/3} \quad [32]$$

Damit die Aufprallgeschwindigkeit v , die nach der Vorgehensweise in Kapitel 2.2 und 2.3 in $m \cdot s^{-1}$ berechnet wird, in Gleichung [31] verwendet werden kann, muss folgende Umrechnung durchgeführt werden:

$$v_{fs} \left[\frac{ft}{s} \right] = v \left[\frac{m}{s} \right] \cdot 3,28 \left[\frac{ft}{m} \right] \quad [33]$$

Weiterhin muss die Masse der Bombe in kg (m_B) in die Masse in lbs (W) umgerechnet werden:

$$W [\text{lb}] = m_B [\text{kg}] \cdot 2,2 \left[\frac{\text{lb}}{\text{kg}} \right] \quad [34]$$

Letztlich muss noch die Eindringstrecke in ft (L_f) wie folgt in m umgerechnet werden:

$$L [\text{m}] = L_f [\text{ft}] \cdot \frac{1}{3,28} \left[\frac{\text{m}}{\text{ft}} \right] \quad [35]$$

L = Eindringstrecke der Bombe in den Boden in Bewegungsrichtung [m]

Setzt man nun die Gleichungen [33], [34] und [35] in Gleichung [32] ein, erhält man abschließend die Formel für die Eindringstrecke in m (L) bei Eingabe von v in m s^{-1} und m_B in kg:

$$L = \frac{1}{3,28} \cdot \left(\frac{v \cdot 3,28}{f_1 + f_2 \cdot v \cdot 3,28} \right) \cdot (m_B \cdot 2,2)^{1/3} \quad [36]$$

Um nun aus dieser Eindringstrecke die Eindringtiefe zu berechnen, muss man den Aufprallwinkel der Bombe (α) hinzuziehen. Unter der Annahme, dass die Bombe in diesem Winkel in den Boden eindringt und sich auch in diesem Winkel weiterbewegt, erhält man:

$$D = L \cdot \sin \alpha \quad [37]$$

D = Eindringtiefe der Bombe unter die Bodenoberfläche [m]

Im Datenblatt der US-Armee wird darauf hingewiesen, dass der Weg einer Bombe durch einen Boden üblicherweise am Anfang gradlinig verläuft, gegen Ende aber einen Bogen beschreibt. Die tatsächliche Eindringtiefe ist daher in der Regel 10 bis 30% geringer als der mit Gleichung [37] berechnete Wert.

Im Computerprogramm wird für alle neun Kombinationen von Bodenart und Form der Bombenspitze die Eindringtiefe berechnet und ausgegeben. Außerdem wird der Wert für 70% der berechneten Eindringtiefe ausgegeben. Die Bombe ist irgendwo in einer Tiefe zwischen diesen beiden Werten zum Stillstand gekommen.

4. Erläuterung der Programme

4.1 Allgemeines

Es wurden drei Computerprogramme in der Programmiersprache BASIC, Version QB64, geschrieben. Sie sind auf Verständlichkeit ausgelegt und daher an einigen Stellen aus programmieretechnischer Sicht nicht optimal formuliert. Sie sind auf CD/DVD bei der OFD Niedersachsen erhältlich.

Um die Programme zu benutzen, muss man die Software QB64 aus dem Internet (kostenlos) herunterladen und installieren. Wird QB64 gestartet, erscheinen am oberen Bildschirmrand sechs drop-down Menüs. Wenn man das Menü „File“ öffnet, erscheint die Option „Open“ mit der das gewünschte Programm geöffnet werden kann. Drückt man auf dem Keyboard die Taste F5, wird das Programm gestartet.

Die Programme sind am Anfang der Kapitel 4.2 bis 4.4 ausgedruckt und werden anschließend Zeile für Zeile erläutert. Die Nummern am linken Rand der dort wiedergegebenen Programmcodes wurden als Referenz für die zeilenweise Beschreibung der einzelnen Programme eingefügt. In den eigentlichen Programmen, die mit QB64 geöffnet werden, gibt es diese Nummern nicht.

Die leeren Zeilen in den Programmen wurden eingefügt, um sie übersichtlicher zu machen.

Alles, was in einer Zeile nach dem Zeichen ' folgt, sind Bemerkungen, die der Computer nicht registriert. Sie dienen der Erläuterung für den Nutzer der Programme.

Vor einigen Programmzeilen gibt es Zahlen in 10er Schritten (10, 20, 30 etc.). Das sind Querverweise innerhalb eines Programms, um Stellen zu markieren, wohin die Ausführung des Programms unter bestimmten Bedingungen springen soll.

Mit dem Befehl „Print“ wird etwas auf den Ausgabebildschirm geschrieben, mit dem Befehl „Print#“ in eine Ausgabedatei. Eine Zeichenfolge wie z. B. ###.### bedeutet, dass der Wert einer Variablen mit 3 Stellen vor und drei Stellen nach dem Komma ausgegeben wird.

In den Programmen ist mehrfach ein Print- oder Print#-Befehl zu finden, auf den nichts folgt. Dadurch wird eine leere Zeile auf den Ausgabebildschirm bzw. in die Ausgabedatei geschrieben, was die Ausgabe übersichtlicher macht.

In BASIC kann man keine griechischen Symbole verwenden. Sie müssen „lateinisiert“ werden, z. B. pi für π . Subskripte können nur auf gleicher Höhe wie die Variable geschrieben werden. Aus v_{alth} wird also z. B. valth.

Gleichungen der Form $y = y + x$ sind mathematisch nur korrekt, wenn $x = 0$. Ein Computer interpretiert eine solche Gleichung aber als altes $y =$ neues $y + x$. Das y links und rechts des Gleichheitszeichens sind für den Computer also zwei verschiedene Variablen. Gleichungen

wie z. B. [20a] oder [20b] können in einem Computerprogramm daher in der reduzierten Form $sh = sh + \Delta sh$ ausgedrückt werden. Auf die Subskriptzusätze „neu“ und „alt“ kann verzichtet werden. Für Δ wurde in den QBASIC-Programmen der Buchstabe d verwendet.

Die Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit geht in Zeitschritten von 1/1000 s vor, um die Fehler möglichst klein zu halten, die durch die Annahme entstehen, dass einige Parameter kurzzeitig konstant sind, was in der Realität aber nicht der Fall ist. Mit Zeitschritten von 1/100 s bzw. 1/10 s sind die Fehler meist auch noch gering. Je kürzer der Zeitschritt, desto mehr Rechenschritte müssen ausgeführt werden. Bei der Geschwindigkeit heutiger Computer bemerkt man allerdings bei den Programmen hier keinen Unterschied in der Rechenzeit, egal ob mit 1/10, 1/100 oder 1/1000 s gerechnet wird. Im Hinblick auf die Minimierung der Fehler wurde daher 1/1000 s als Zeitschritt gewählt.

Bei der Ein- und Ausgabe werden für die Werte der verschiedenen Variablen die allgemein gebräuchlichen Einheiten verwendet. Geschwindigkeiten werden daher in km h^{-1} ein- und ausgegeben, aber für die Berechnungen in m s^{-1} umgewandelt, da alle anderen Variablen auf m s^{-1} ausgelegt sind. Aus dem gleichen Grund wird der Durchmesser einer Bombe, der in cm eingegeben wird, in m umgerechnet.

Winkel werden in $^\circ$ ein- und ausgegeben, aber für die Berechnungen in rad umgewandelt, da BASIC nicht mit $^\circ$ rechnen kann.

4.2 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch die Luft

Programmcode

```

1  '  Aufprall-Luft - Programm zur Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit
2  '  einer Bombe auf der Erdoberfläche
3
4  '  September 2016
5
6  cls
7
8  '----- Eingabe -----
9
10  pi  = 3.1415926535
11  g   = 9.81          'm/s²
12  M   = 28.97        'g/mol
13  R   = 8.31         'J/mol/K
14
15  Po  = 101.3        'kPa
16  Tz  = 10 + 273.15 'K
17
18  rhoB = 3130        'kg/m³
19
20  cv  = 1000 / 3600  'Umrechnungsfaktor von km/h in m/s
21  cw  = (2 * pi / 360) 'Umrechnungsfaktor von ° in rad
22
23  10  cls
24
25  20  input "Wollen Sie Zwischenergebnisse zum Fall der Bombe j/n "; a$
26      if a$ = "j" or a$ = "J" then goto 30
27      if a$ = "n" or a$ = "N" then goto 40
28      goto 20
29
30  30  input "Höhenintervall für Zwischenergebnisse [m] = "; hi
31      shi = hi
32
33      f$ = "c:\ZwergLuft.dat"
34      open f$ for output as #1
35
36      print #1, "  t  sh  sv  vh  vv  v  alfa  ah  av  Fh  Fnetv"
37      print #1, "  s  m  m  km/h  km/h  km/h  ø  m/sý  m/sý  N  N"
38
39  40  print
40      input "Masse der Bombe (kg)          = "; mB
41      input "Größter Durchmesser der Bombe (cm) = "; dB
42      input "Reibungskoeffizient der Bombe = "; Cr
43      input "Fluggeschwindigkeit des Bombers (km/h) = "; vBh
44      input "Abwurfhöhe der Bombe (m NN) = "; hA
45      input "Höhe des Zielgebiets (m NN) = "; hz
46
47      dB  = dB / 100          'Umrechnung von cm in m
48      A   = pi * dB^2 / 4
49      vBh = vBh * cv         'Umrechnung von km/h in m/s
50      dh  = hA - hz
51
52      v   = vBh              'm/s

```

```

53     valth = vBh           'm/s
54     valtv = 0            'm/s
55     alfa  = 0            'rad
56     h     = hA           'm
57     sh    = 0            'm
58     sv    = 0            'm
59
60     dt    = 0.001        's
61     tt    = dt           's
62
63     '----- Berechnung -----
64
65     50 P    = Po * exp(-h/8200)
66     T      = Tz - 0.007 * (h - hz)
67     rhoL   = P * M / (R * T)
68
69     Fr     = 1/2 * Cr * rhoL * v^2 * A
70     Frh   = Fr * cos(alfa)
71     Frv   = Fr * sin(alfa)
72
73     Fgeff = (1 - rhoL / rhoB) * mB * g
74
75     Fnetv = Fgeff - Frv
76
77     ah    = -Frh / mB
78     av    = Fnetv / mB
79
80     vneuh = valth + ah * dt
81     vneuv = valtv + av * dt
82     v     = sqr(vneuh^2 + vneuv^2)
83
84     alfa  = atn(vneuv / vneuh)
85
86     vmith = (valth + vneuh) / 2
87     vmitv = (valtv + vneuv) / 2
88
89     dsh   = vmith * dt
90     dsv   = vmitv * dt
91     sh    = sh + dsh
92     sv    = sv + dsv
93
94     h     = hA - sv
95
96     tt    = tt + dt
97
98     valth = vneuh
99     valtv = vneuv
100
101     '----- Ausgabe -----
102
103     if a$ = "n" or a$ = "N" then goto 60
104     if sv < shi then goto 60
105
106     print #1, using " ###.### ##### ##### ##### ##### ##### #####.## ###.## ###.##
107     ##### #####"; tt, sh, sv, vneuh/cv, vneuv/cv, v/cv, alfa/cw, ah, av, -Frh, Fnetv
108

```

```

109     shi = shi + hi
110
111 60 if sv < dh then goto 50
112
113     print
114     print "vertikaler Fallweg der Bombe (m)          ="; dh
115     print
116     print "Aufprallgeschwindigkeit vertikal (km/h)    ="; vneuv / cv
117     print "Aufprallgeschwindigkeit horizontal (km/h)  ="; vneuh / cv
118     print
119     print "Aufprallgeschwindigkeit resultierend (km/h) ="; v / cv
120     print "Aufprallwinkel relativ zur Waagerechten (°) ="; alfa / cw
121     print
122
123     close #1
124
125 70 input "Ein neuer Lauf j/n "; b$
126     if b$ = "j" or b$ = "J" then goto 10
127     if b$ = "n" or b$ = "N" then goto 80
128     goto 70
129
130 80 print
131     print "Das Programm ist beendet. Für einen Neustart zweimal die Taste F5 drücken."
132
133     end

```

Erläuterung des Programms

<i>Zeile</i>	<i>Funktion</i>
1-4	Nennt den Namen und den Zweck des Programms sowie den Zeitpunkt seiner Fertigstellung.
6	Löscht den bisherigen Inhalt des Ausgabebildschirms.
8	Beginn des Eingabeteils des Programms.
10-13	Festlegung der Werte für die konstanten Parameter π , g , M und R .
15-16	Festlegung der Werte für P_o und T_z . Angaben zu Luftdruck und Temperatur zum Zeitpunkt des Bombenabwurfs sind nicht leicht zu ermitteln. Die hier eingesetzten Werte sind Mittelwerte. Falls genauere Angaben zur Verfügung stehen, kann man die eingesetzten Werte einfach überschreiben. Allerdings haben P_o und T_z nur eine geringe Auswirkung auf ρ_L und somit letztlich auf die Aufprallgeschwindigkeit. Die Mittelwerte sind daher ausreichend für die Berechnungen hier.
18	Festlegung des Wertes für ρ_B . Auch dieser Wert ist ein Mittelwert und kann überschrieben werden, wenn genauere Angaben vorliegen.
20	Festlegung des Umrechnungsfaktors einer Geschwindigkeit von $[\text{km h}^{-1}]$ in $[\text{m s}^{-1}]$.
21	Festlegung des Umrechnungsfaktors eines Winkels von $[\text{°}]$ in $[\text{rad}]$.
23	Löscht den bisherigen Inhalt des Ausgabebildschirms. Dieser zweite Löschbefehl ist notwendig, weil bei einem neuen Lauf (siehe Zeile 126) das Programm nicht in Zeile 1, sondern in Zeile 23 beginnt.
25-28	Fragt, ob Zwischenergebnisse ausgegeben werden sollen (Zeile 25). Wenn ja (Zeile 26), muss j oder J eingegeben werden. Dann geht es mit Zeile 30 weiter. Wenn nein (Zeile 27), muss n oder N eingegeben werden und das Programm springt zu Zeile 39. Falls aus Versehen weder j oder J noch n oder N eingegeben wurde (Zeile 28), geht das Programm zu Zeile 25 zurück, die Frage wird wiederholt. Zweck des Programms ist es, die Aufprallgeschwindigkeit und den Aufprallwinkel auf der Erdoberfläche zu berechnen. Es kann aber informativ sein zu sehen, wie sich die Fallgeschwindigkeit und andere Parameter (siehe Zeile 36) auf dem Weg dorthin entwickeln.
30	Fragt, alle wie viel Meter vertikale Fallstrecke durch die Luft (Höhenintervall h_i) Zwischenergebnisse ausgegeben werden sollen. 50 oder 100 m sind gute Werte.
31	Setzt die Summierung der Höhenintervalle (sh_i) auf h_i .

- 33 Legt eine Datei „ZwergLuft“ (steht für **Zwischenergebnisse** für den Fall der Bombe durch **Luft**) im Laufwerk C an, in die später die Zwischenergebnisse geschrieben werden. Der Zielort und der Dateiname kann vom Nutzer durch Überschreiben der Angaben zwischen den Anführungszeichen geändert werden. Die Endung „.dat“, die darauf hinweist, dass in dieser Datei Daten gespeichert werden, sollte beibehalten werden.
- 34 Öffnet die in Zeile 33 angelegte Datei.
- 36-37 Schreibt die Kopfzeilen für die Zwischenergebnisse mit den Namen der Variablen und den dazugehörigen Einheiten in die Ausgabedatei. Hier steht vh abgekürzt für vneuh und vv abgekürzt für vneuv.
- 39-45 Abfrage und Eingabe der Werte für die genannten Variablen.
- 47 Umrechnung des Durchmessers der Bombe von [cm] in [m].
- 48 Löst Gleichung [2].
- 49 Umrechnung der horizontalen Geschwindigkeit des Bombers von [km h⁻¹] in [m s⁻¹].
- 50 Berechnet die vertikale Distanz (dh) zwischen Abwurfhöhe und Höhe des Zielgebiets.
- 52-61 Festlegung der Anfangswerte für die genannten Variablen.
- 63 Beginn des Berechnungsteils des Programms.
- 65 Löst Gleichung [22].
- 66 Löst Gleichung [23].
- 67 Löst Gleichung [21].
- 69 Löst Gleichung [1].
- 70-71 Löst Gleichung [3a] und [3b].
- 73 Löst Gleichung [11].
- 75 Löst Gleichung [12].
- 77-78 Löst Gleichung [14a] und [14b].
- 80-81 Löst Gleichung [15a] und [15b].
- 82 Löst Gleichung [16].
- 84 Löst Gleichung [17].
- 86-87 Löst Gleichung [18a] und [18b].
- 89-90 Löst Gleichung [19a] und [19b].

- 91-92 Löst Gleichung [20a] und [20b].
- 94 Löst Gleichung [24].
- 96 Erhöht den Zeitschrittzähler tt um einen Zeitschritt dt (entspricht Δt).
- 98-99 Setzt $v_{alth} = v_{neuh}$ und $v_{altv} = v_{neuv}$, da im nächsten Zeitschritt die jetzt neuen Werte zu den alten werden.
- 101 Beginn des Ausgabeteils des Programms.
- 103 Prüft, ob Zwischenergebnisse gewünscht sind. Wenn nein, springt das Programm zu Zeile 111.
- 104 Prüft, ob die vertikale Fallstrecke für die Ausgabe von Zwischenergebnissen schon erreicht ist. Wenn nein, springt das Programm zu Zeile 111. Wenn ja, geht es mit Zeile 106 weiter.
- 106-107 Schreibt die Werte der genannten Variablen nach einer kumulativen vertikalen Fallstrecke von shi in die Ausgabedatei. Die Geschwindigkeiten v_{neuh} , v_{neuv} und v werden dazu mit dem Umrechnungsfaktor cv von $[m\ s^{-1}]$ in $[km\ h^{-1}]$ und der Winkel α mit dem Umrechnungsfaktor cw von $[rad]$ in $[^\circ]$ umgerechnet.
In der QB64-Oberfläche steht das alles in einer Zeile. Es wurde hier auf zwei Zeilen aufgeteilt, damit es auf das Seitenformat passt.
- 109 Erhöht die Summierung der Höhenintervalle für die Ausgabe von Zwischenergebnissen um hi .
- 111 Prüft, ob die von der Bombe bisher zurückgelegte vertikale Strecke (s_v) noch geringer ist als der letztendliche vertikale Fallweg (dh). Wenn ja, ist die Bombe noch im Fall und das Programm geht zurück zu Zeile 65, um die Berechnungen für einen neuen Zeitschritt Δt zu wiederholen. Wenn nein, geht es mit Zeile 113 weiter.
- 113-121 Schreibt die Ergebnisse der Berechnungen auf den Ausgabebildschirm.
- 123 Schließt die Ausgabedatei für die Zwischenergebnisse.
- 125-128 Fragt, ob ein neuer Lauf gestartet werden soll (Zeile 125). Wenn ja (Zeile 126), muss j oder J eingegeben werden. Dann geht es mit Zeile 23 weiter und das Programm beginnt von Neuem. Wenn nein (Zeile 127), muss n oder N eingegeben werden und das Programm springt zu Zeile 130. Falls aus Versehen weder mit j oder J noch mit n oder N geantwortet wurde (Zeile 128), geht das Programm zu Zeile 125 zurück, die Frage wird wiederholt.
- 130-131 Meldet, dass das Programm nun beendet ist.
- 133 Formales Ende des Programms.

4.3 Aufprallgeschwindigkeit einer Bombe nach dem Fall durch Wasser

Programmcode

```

1  '  Aufprall-Wasser - Ein Programm zur Berechnung der Aufprallgeschwindigkeit
2  '                               einer Bombe auf dem Boden eines Gewässers
3
4  '  September 2016
5
6  cls
7
8  '----- Eingabe -----
9
10  pi   = 3.1415926535
11  g    = 9.81          'm/s²
12
13  rhoW= 1000          'kg/m³
14  rhoB = 3130         'kg/m³
15
16  cv   = 1000 / 3600  'Umrechnungsfaktor von km/h in m/s
17  cw   = (2 * pi / 360) 'Umrechnungsfaktor von ° in rad
18
19  10  cls
20
21  20  input "Wollen Sie Zwischenergebnisse zum Fall der Bombe j/n "; a$
22     if a$ = "j" or a$ = "J" then goto 30
23     if a$ = "n" or a$ = "N" then goto 40
24     goto 20
25
26  30  input "Tiefenintervall für Zwischenergebnisse [m] = "; ti
27     sti = ti
28
29     f$ = "c:\ZwergWasser.dat"
30     open f$ for output as #1
31
32     print #1, "  t   sh   sv   vh   vv   v   alfa   ah   av   Fh   Fnetv"
33     print #1, "  s   m   m   km/h km/h km/h   ø   m/s²   m/s²   N   N"
34
35  40  print
36     input "Masse der Bombe (kg)                = "; mB
37     input "Größter Durchmesser der Bombe (cm)   = "; dB
38     input "Reibungskoeffizient der Bombe       = "; Cr
39     input "Aufprallgeschwindigkeit der Bombe auf dem Wasser (km/h) = "; v
40     input "Aufprallwinkel relativ zur Waagerechten (°) = "; alfa
41     input "Gewässertiefe (m)                   = "; hG
42
43     dB   = dB / 100          'Umrechnung von cm in m
44     A    = pi * dB^2 / 4     'm²
45     v    = v * cv           'Umrechnung von km/h in m/s
46     alfa = alfa * cw        'Umrechnung von ø in rad
47     dh   = hG
48
49     valth = v * cos(alfa)
50     valtv = v * sin(alfa)
51
52     sh   = 0                'm

```

```

53     sv     = 0           'm
54
55     dt     = 0.001      's
56     tt     = dt         's
57
58     '----- Berechnung -----
59
60     50 Fr   = 1/2 * Cr * rhoW * v^2 * A
61     Frh    = Fr * cos(alfa)
62     Frv    = Fr * sin(alfa)
63
64     Fgeff  = (1 - rhoW / rhoB) * mB * g
65
66     Fnetv  = Fgeff - Frv
67
68     ah     = -Frh / mB
69     av     = Fnetv / mB
70
71     vneuh  = valth + ah * dt
72     vneuv  = valtv + av * dt
73     v      = sqrt(vneuh^2 + vneuv^2)
74
75     alfa   = atn(vneuv / vneuh)
76
77     vmith  = (valth + vneuh) / 2
78     vmitv  = (valtv + vneuv) / 2
79
80     dsh    = vmith * dt
81     dsv    = vmitv * dt
82     sh     = sh + dsh
83     sv     = sv + dsv
84
85     tt     = tt + dt
86
87     valth  = vneuh
88     valtv  = vneuv
89
90     '----- Ausgabe -----
91
92     if a$ = "n" or a$ = "N" then goto 60
93     if sv < sti then goto 60
94
95     print #1, using " ###.### ##### ##### ##### ##### ##### #####.## ###.## ###.##
96     ##### #####"; tt, sh, sv, vneuh/cv, vneuv/cv, v/cv, alfa/cw, ah, av, -Frh, Fnetv
97
98     sti = sti + ti
99
100    60 if sv < dh then goto 50
101
102    print
103    print "Aufprallgeschwindigkeit vertikal (km/h)   ="; vneuv / cv
104    print "Aufprallgeschwindigkeit horizontal (km/h) ="; vneuh / cv
105    print
106    print "Aufprallgeschwindigkeit resultierend (km/h) ="; v / cv
107    print "Aufprallwinkel relativ zur Waagerechten (ø) ="; alfa / cw
108    print

```

```
109
110     close #1
111
112 70 input "Ein neuer Lauf j/n "; b$
113     if b$ = "j" or b$ = "J" then goto 10
114     if b$ = "n" or b$ = "N" then goto 80
115     goto 70
116
117 80 print
118     print "Das Programm ist beendet. Für einen Neustart zweimal die Taste F5 drücken."
119
120     end
```

Erläuterung des Programms

Zeile	Funktion
1-4	Nennt den Namen und den Zweck des Programms sowie den Zeitpunkt seiner Fertigstellung.
6	Löscht den bisherigen Inhalt des Ausgabebildschirms.
8	Beginn des Eingabeteils des Programms.
10-11	Festlegung der Werte für die konstanten Parameter π und g .
13-14	Festlegung der Werte für ρ_w und ρ_B . Der Wert für ρ_B ist ein Mittelwert und kann überschrieben werden, wenn genauere Angaben vorliegen.
16	Festlegung des Umrechnungsfaktors einer Geschwindigkeit von $[\text{km h}^{-1}]$ in $[\text{m s}^{-1}]$.
17	Festlegung des Umrechnungsfaktors eines Winkels von $[\text{°}]$ in $[\text{rad}]$.
19	Löscht den bisherigen Inhalt des Ausgabebildschirms. Dieser zweite Löschbefehl ist notwendig, weil bei einem neuen Lauf (siehe Zeile 113) das Programm nicht in Zeile 1 sondern in Zeile 19 beginnt.
21-24	<p>Fragt, ob Zwischenergebnisse ausgegeben werden sollen (Zeile 21). Wenn ja (Zeile 22), muss j oder J eingegeben werden. Dann geht es mit Zeile 26 weiter. Wenn nein (Zeile 23), muss n oder N eingegeben werden und das Programm springt zu Zeile 35. Falls aus Versehen weder j oder J noch n oder N eingegeben wurde (Zeile 24), geht das Programm zu Zeile 21 zurück, die Frage wird wiederholt.</p> <p>Zweck des Programms ist, die Aufprallgeschwindigkeit und den Aufprallwinkel auf dem Boden eines Gewässers zu berechnen. Es kann aber informativ sein zu sehen, wie sich die Fallgeschwindigkeit und andere Parameter (siehe Zeile 32) auf dem Weg dorthin entwickeln.</p>
26	Fragt, alle wie viel Meter vertikale Fallstrecke durch das Wasser (Tiefenintervall t_i) Zwischenergebnisse ausgegeben werden sollen. 0,5 bis 2 m sind gute Werte.
27	Setzt die Summierung der Tiefenintervalle (st_i) auf t_i .
29	Legt eine Datei „ZwergWasser“ (steht für Z wischener g ebnisse für den Fall der Bombe durch W asser) im Laufwerk C an, in die später die Zwischenergebnisse geschrieben werden. Der Zielort und der Dateiname kann vom Nutzer durch Überschreiben der Angaben zwischen den Anführungszeichen geändert werden. Die Endung „.dat“, die darauf hinweist, dass in dieser Datei Daten gespeichert werden, sollte beibehalten werden.

- 30 Öffnet die in Zeile 29 angelegte Datei.
- 32-33 Schreibt die Kopfzeilen für die Zwischenergebnisse mit den Namen der Variablen und den dazugehörigen Einheiten in die Ausgabedatei. Hier steht v_h abgekürzt für v_{neuh} und v_v abgekürzt für v_{neuv} .
- 35-41 Abfrage und Eingabe der Werte für die genannten Variablen. Die Gewässertiefe h_G entspricht hier dem letztendlichen vertikalen Fallweg der Bombe (dh) durch das Wasser.
Als Aufprallwinkel darf maximal 89.99999° eingegeben werden (Zeile 40), weil danach wegen numerischer Ungenauigkeiten bei der Umrechnung von $[\circ]$ in $[\text{rad}]$ (Zeile 46) der $\cos \alpha$ (Zeile 49 und 61) negativ wird, was falsche Aufprallgeschwindigkeiten zur Folge hat.
- 43 Umrechnung des Durchmessers der Bombe von $[\text{cm}]$ in $[\text{m}]$.
- 44 Löst Gleichung [2].
- 45 Umrechnung der Aufprallgeschwindigkeit der Bombe auf dem Wasser von $[\text{km h}^{-1}]$ in $[\text{m s}^{-1}]$.
- 46 Umrechnung des Aufprallwinkels der Bombe auf dem Wasser von $[\circ]$ in $[\text{rad}]$.
- 47 Setzt den letztendlichen vertikalen Fallweg gleich der Gewässertiefe.
- 49 Berechnet die horizontale Komponente der Aufprallgeschwindigkeit.
- 50 Berechnet die vertikale Komponente der Aufprallgeschwindigkeit.
- 52-56 Festlegung der Anfangswerte für die genannten Variablen.
- 58 Beginn des Berechnungsteils des Programms.
- 60 Löst Gleichung [25].
- 61-62 Löst Gleichung [3a] und [3b].
- 64 Löst Gleichung [26].
- 66 Löst Gleichung [12].
- 68-69 Löst Gleichung [14a] und [14b].
- 71-72 Löst Gleichung [15a] und [15b].
- 73 Löst Gleichung [16].
- 75 Löst Gleichung [17].
- 77-78 Löst Gleichung [18a] und [18b].
- 80-81 Löst Gleichung [19a] und [19b].

- 82-83 Löst Gleichung [20a] und [20b].
- 85 Erhöht den Zeitschrittzähler tt um einen Zeitschritt dt (entspricht Δt).
- 87-88 Setzt $v_{alth} = v_{neuh}$ und $v_{altv} = v_{neuv}$, da im nächsten Zeitschritt die jetzt neuen Werte zu den alten werden.
- 90 Beginn des Ausgabeteils des Programms.
- 92 Prüft, ob Zwischenergebnisse gewünscht sind. Wenn nein, springt das Programm zu Zeile 100.
- 93 Prüft, ob die vertikale Fallstrecke für die Ausgabe von Zwischenergebnissen schon erreicht ist. Wenn nein, springt das Programm zu Zeile 100. Wenn ja, geht es mit Zeile 95 weiter.
- 95-96 Schreibt die Werte der genannten Variablen nach einer kumulativen vertikalen Fallstrecke von sti in die Ausgabedatei. Die Geschwindigkeiten v_{neuh} , v_{neuv} und v werden dazu mit dem Umrechnungsfaktor cv von $[m\ s^{-1}]$ in $[km\ h^{-1}]$ und der Winkel α mit dem Umrechnungsfaktor cw von $[rad]$ in $[^\circ]$ umgerechnet.
In der QB64-Oberfläche steht das alles in einer Zeile. Es wurde hier auf zwei Zeilen aufgeteilt, damit es auf das Seitenformat passt.
- 98 Erhöht die Summierung der Tiefenintervalle für die Ausgabe von Zwischenergebnissen um ti .
- 100 Prüft, ob die von der Bombe bisher zurückgelegte vertikale Strecke (s_v) noch geringer ist als der letztendliche vertikale Fallweg (dh), der der Gewässertiefe (h_G) entspricht (Zeile 47). Wenn ja, ist die Bombe noch im Fall und das Programm geht zurück zu Zeile 60, um die Berechnungen für einen neuen Zeitschritt Δt zu wiederholen. Wenn nein, geht es mit Zeile 102 weiter.
- 102-108 Schreibt die Ergebnisse der Berechnungen auf den Ausgabebildschirm.
- 110 Schließt die Ausgabedatei für die Zwischenergebnisse.
- 112-115 Fragt, ob ein neuer Lauf gestartet werden soll (Zeile 112). Wenn ja (Zeile 113), muss j oder J eingegeben werden. Dann geht es mit Zeile 19 weiter und das Programm beginnt von Neuem. Wenn nein (Zeile 114), muss n oder N eingegeben werden und das Programm springt zu Zeile 117. Falls aus Versehen weder mit j oder J noch mit n oder N geantwortet wurde (Zeile 115), geht das Programm zu Zeile 112 zurück, die Frage wird wiederholt.
- 117-118 Meldet, dass das Programm nun beendet ist.
- 120 Formales Ende des Programms.

4.4 Eindringtiefe einer Bombe in den Boden

Programmcode

```
1 ' Eindringtiefe - Ein Programm zur Berechnung der Eindringtiefe
2 '           einer Bombe in den Boden
3
4 '           September 2016
5
6 10 cls
7
8 Dim D(9), L(9), T$(9)
9
10 input "Masse der Bombe (kg)           = "; mB
11 input "Aufprallgeschwindigkeit (km/h) = "; v
12 input "Aufprallwinkel relativ zur Waagerechten (°) = "; alfa
13
14 pi = 3.1415926535
15 cv = 1000 / 3600 'Umrechnungsfaktor von km/h in m/s
16 cw = (2 * pi / 360) 'Umrechnungsfaktor von ° in rad
17
18 v = v * cv 'Umrechnung von km/h in m/s
19 alfa = alfa * cw 'Umrechnung von ° in rad
20
21 T$(1) = "Ton           stumpf           "
22 T$(2) = "Ton           normal          "
23 T$(3) = "Ton           spitz           "
24 T$(4) = "Lehm          stumpf           "
25 T$(5) = "Lehm          normal          "
26 T$(6) = "Lehm          spitz           "
27 T$(7) = "sandiger Lehm stumpf           "
28 T$(8) = "sandiger Lehm normal oder spitz"
29 T$(9) = "Sand           alle Formen     "
30
31 f1(1) = 118.75 : f2(1) = 0.1078
32 f1(2) = 126.61 : f2(2) = 0.1203
33 f1(3) = 138.52 : f2(3) = 0.1217
34 f1(4) = 193.85 : f2(4) = 0.1314
35 f1(5) = 212.11 : f2(5) = 0.1374
36 f1(6) = 225.70 : f2(6) = 0.1390
37 f1(7) = 255.44 : f2(7) = 0.1479
38 f1(8) = 266.13 : f2(8) = 0.1510
39 f1(9) = 358.29 : f2(9) = 0.1614
40
41 print
42 print "Bodenart   Form der Bombenspitze   L           D           70% D
43 print "           [m]           [m]           [m]"
44
45 For i = 1 to 9 Step 1
46 L(i) = (1 / 3.28) * ((v * 3.28) / (f1(i) + f2(i) * v * 3.28)) * (mB * 2.2) ^ (1/3)
47 D(i) = L(i) * sin(alfa)
48 print T$(i);
49 print using "   ##.##   ##.##   ##.##"; L(i), D(i), D(i)*0.7
50 if i = 3 or i = 6 or i = 8 then print
51 Next i
52
```

```
53 20 print
54     input "Neuer Lauf j/n "; a$
55     if a$ = "j" or a$ = "J" then goto 10
56     if a$ = "n" or a$ = "N" then goto 30
57     goto 20
58
59 30 print
60     print "Das Programm ist beendet. Für einen Neustart zweimal die Taste F5 drücken."
61
62     end
```

Erläuterung des Programms

Zeile	Funktion
1-4	Nennt den Namen und den Zweck des Programms sowie den Zeitpunkt seiner Fertigstellung.
6	Löscht den bisherigen Inhalt des Ausgabebildschirms.
8	Dimensioniert die Variablen D(i), L(i) und T\$(i) auf 9. Das bedeutet, es sind im Programm 9 verschiedene D(i), L(i) und T\$(i) zugelassen. Das \$-Zeichen hinter dem Namen einer Variablen besagt, dass diese Variable keine Zahl, sondern eine Buchstabensequenz (einen Text) beinhaltet.
10-12	Abfrage und Eingabe der Werte für die genannten Variablen.
14	Festlegung des Werts für π .
15	Festlegung des Umrechnungsfaktors einer Geschwindigkeit von [km h ⁻¹] in [m s ⁻¹].
16	Festlegung des Umrechnungsfaktors eines Winkels von [°] in [rad].
18	Umrechnung der eingegebenen Aufprallgeschwindigkeit von [km h ⁻¹] in [m s ⁻¹].
19	Umrechnung des eingegebenen Aufprallwinkels von [°] in [rad].
21-29	Festlegung des Textes "Ton stumpf" als Variable T\$(1), usw. Die Zahl in Klammern gibt an, um welche der 9 möglichen Textvariablen es sich handelt.
31-39	Festlegung der Werte für f ₁ und f ₂ aus Tabelle 1. Die Zahl in Klammern gibt an, um welche der 9 möglichen Werte es sich handelt. Der Doppelpunkt (:) ermöglicht es, zwei Parameter in einer Zeile einzugeben.
41-43	Schreibt die Kopfzeilen für die Ergebnisse mit den Namen der Variablen und den dazugehörigen Einheiten auf den Ausgabebildschirm.
45-51	Schleife (For ... Next ... Step), in der die Eindringstrecken und -tiefen für die neun Kombinationen (For i = 1 to 9) von Bodenart und Form der Bombenspitze nacheinander (Step 1) berechnet und auf dem Bildschirm ausgegeben werden. Das i in Klammern steht für die Nummer der Kombination.
46	Berechnet nacheinander die Eindringstrecke für alle 9 Kombinationen.
47	Berechnet nacheinander die Eindringtiefe für alle 9 Kombinationen.
48-49	Schreibt die Bodenart und die Form der Bombenspitze, die in der Variablen T\$(i) hinterlegt sind (siehe Zeile 21-29), sowie die berechnete Eindringstrecke, Eindringtiefe und 70% der Eindringtiefe auf den Ausgabebildschirm.

- 50 Nach den ersten 3 bzw. 6 bzw. 8 Kombinationen wird eine Leerzeile auf den Ausgabebildschirm geschrieben, um zu verdeutlichen, dass die Bodenart gewechselt hat.
- 53-57 Fragt, ob ein neuer Lauf gestartet werden soll (Zeile 54). Wenn ja (Zeile 55), muss j oder J eingegeben werden. Dann geht es mit Zeile 6 weiter und das Programm beginnt von Neuem. Wenn nein (Zeile 56), muss n oder N eingegeben werden und das Programm springt zu Zeile 59. Falls aus Versehen weder mit j oder J noch mit n oder N geantwortet wurde (Zeile 57), geht das Programm zu Zeile 53 zurück, die Frage wird wiederholt.
- 59-60 Meldet, dass das Programm nun beendet ist.
- 62 Formales Ende des Programms.

5. Liste der Variablen

α	Winkel der Fallrichtung der Bombe zur Waagerechten [°]
Δs_h	im Zeitraum Δt mit der Durchschnittsgeschwindigkeit v_{mith} zurückgelegte horizontale Strecke [m]
Δs_v	im Zeitraum Δt mit der Durchschnittsgeschwindigkeit v_{mitv} zurückgelegte vertikale Strecke [m]
Δt	Zeitraum, über den a_h und a_v wirken [s]
π	Kreiszahl = 3,1415926535
ρ_B	Dichte der Bombe [kg m^{-3}]
ρ_L	Dichte der Luft [kg m^{-3}]
ρ_W	Dichte des Wassers [kg m^{-3}]
a	Beschleunigung [m s^{-2}]
a_h	Beschleunigung der Bombe in horizontaler Richtung [m s^{-2}]
a_v	Beschleunigung der Bombe in vertikaler Richtung [m s^{-2}]
d_B	größter Durchmesser der Bombe senkrecht zu ihrer Längsachse [m]
dh	letztendlicher vertikaler Fallweg der Bombe [m]
f_1	Parameter zur Berechnung der Eindringstrecke in den Boden, der von der Kombination von Bodenart und Form der Bombenspitze abhängt
f_2	Parameter zur Berechnung der Eindringstrecke in den Boden, der von der Kombination von Bodenart und Form der Bombenspitze abhängt
g	Beschleunigung durch die Erdanziehung [$9,81 \text{ m s}^{-2}$]
h	Höhe über dem Meeresspiegel [m NN]
h_A	Abwurfhöhe der Bombe [m NN]
h_G	Gewässertiefe [m]
h_i	Höhenintervall für die Ausgabe von Zwischenergebnissen [m]
h_z	Höhe des Zielorts über dem Meeresspiegel [m NN]
m	Masse [kg]
m_B	Masse der Bombe [kg]
m_L	Masse der von der Bombe verdrängten Luft [kg]
s_{alth}	vor dem letzten Zeitschritt Δt bereits zurückgelegte horizontale Strecke [m]
s_{altv}	vor dem letzten Zeitschritt Δt bereits zurückgelegte vertikale Strecke [m]
s_{neuh}	insgesamt bisher zurückgelegte horizontale Strecke [m]
s_{neuv}	insgesamt bisher zurückgelegte vertikale Strecke [m]
shi	Summe der bereits zurückgelegten Höhenintervalle h_i [m]
sti	Summe der bereits zurückgelegten Tiefenintervalle t_i [m]
t_i	Tiefenintervall für die Ausgabe von Zwischenergebnissen [m]
tt	Zeitschrittzähler [m]

v	Geschwindigkeit der Bombe in Fallrichtung [m s^{-1}]
v_{alth}	horizontale Geschwindigkeit der Bombe vor Einwirkung der Abbremsung a_h [m s^{-1}]
v_{altv}	vertikale Geschwindigkeit der Bombe vor Einwirkung der Beschleunigung a_v [m s^{-1}]
v_{Bh}	horizontale Fluggeschwindigkeit des Bombers [m s^{-1}]
v_{end}	Endgeschwindigkeit der Bombe [m s^{-1}]
v_{neuh}	horizontale Geschwindigkeit der Bombe nach Einwirkung der Abbremsung a_h [m s^{-1}]
v_{neuv}	vertikale Geschwindigkeit der Bombe nach Einwirkung der Beschleunigung a_v [m s^{-1}]
v_{fs}	Aufprallgeschwindigkeit der Bombe [ft s^{-1}]
v_{mith}	mittlere horizontale Geschwindigkeit der Bombe im Zeitraum Δt [m s^{-1}]
v_{mitv}	mittlere vertikale Geschwindigkeit der Bombe im Zeitraum Δt [m s^{-1}]
A	senkrecht zur Fallrichtung projizierte Querschnittsfläche der Bombe [m^2]
C_r	Reibungskoeffizient [dimensionslos]
D	Eindringtiefe der Bombe unter die Bodenoberfläche [m]
F	Kraft [N]
F_g	senkrecht zur Erdoberfläche gerichtete Kraft [N]
F_{geff}	effektive senkrecht zur Erdoberfläche gerichtete Kraft [N]
F_{netv}	Nettokraft, die in vertikaler Richtung auf eine Bombe wirkt [N]
F_r	Reibungskraft entgegen der Fallrichtung [N]
F_{rh}	horizontale Komponente der Reibungskraft [N]
F_{rv}	vertikale Komponente der Reibungskraft [N]
G_B	Gewicht der Bombe [N]
G_{eff}	effektives Gewicht der Bombe [N]
G_L	Gewicht der von der Bombe verdrängten Luftmasse [N]
L	Eindringstrecke der Bombe in den Boden in Bewegungsrichtung [m]
L_f	Eindringstrecke der Bombe in den Boden in Bewegungsrichtung [ft]
M	Molargewicht von Luft [$28,97 \text{ g mol}^{-1}$]
P	Luftdruck [kPa]
P_o	Luftdruck auf Höhe des Meeresspiegels [$101,3 \text{ kPa}$]
R	Gaskonstante [$8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$]
T	Temperatur der Luft [K]
T_z	Temperatur der Luft am Zielort der Bombe [K]
V_B	Volumen der Bombe [m^3]
V_L	Volumen der von der Bombe verdrängten Luft [m^3]
W	Masse der Bombe [lb]